

Вариант для ознакомления

- 1 Решите уравнение $x^3 + x^2 = 9x + 9$.
- 2 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 5 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 12 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 9 км/ч меньше скорости второго.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{(x+1)(x-2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Отрезки FA и TO лежат на параллельных прямых, а отрезки FO и AT пересекаются в точке D . Найдите DO , если $FA = 11$, $OT = 33$, $FO = 64$.
- 5 Окружности с центрами в точках S и N пересекаются в точках C и H , причём точки S и N лежат по одну сторону от прямой CH . Докажите, что прямые SN и CH перпендикулярны.
- 6 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 320, а площадь равна 5120, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 1

- 1 Решите уравнение $(x - 4)(x^2 - 16x + 64) = 21(x - 8)$
- 2 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 78 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 22 секунды. Найдите длину поезда в метрах.
- 3 Постройте график функции $y = |x^2 + 7x + 10|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 4 Прямая, параллельная основаниям трапеции $APRZ$, пересекает её боковые стороны AP и RZ в точках O и S соответственно. Найдите длину отрезка OS , если $AZ = 77$, $PR = 47$, $RS:ZS = 4:11$.
- 5 Биссектрисы углов X и H параллелограмма $XHPE$ пересекаются в точке S , лежащей на стороне PE . Докажите, что S – середина PE .
- 6 Точки M и R лежат на стороне BT треугольника BCT на расстояниях соответственно 7 и 21 от вершины B . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и R и касающейся луча BC , если $\cos \angle CBT = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 2

- 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} 6x^2 + x = y, \\ 6x + 1 = y \end{cases}$
- 2 Первый рабочий за час делает на 13 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 234 деталей, на 9 часов быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
- 3 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 6.25)(x - 1)}{1 - x}$ и определите, при каких значениях параметра k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 39, а одна из диагоналей ромба равна 156. Найдите углы ромба.
- 5 Внутри параллелограмма $MNKR$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников NFK и MFR равна половине площади параллелограмма.
- 6 Углы при одном из оснований трапеции равны 65° и 25° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 27 и 11. Найдите основания трапеции.

Вариант 3

- 1 Решите уравнение $(8x + 15)^4 + 21(8x + 15)^2 - 100 = 0$.
- 2 Баржа прошла по течению реки 64 км и, повернув обратно, прошла ещё 120 км, затратив на весь путь 6 ч. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 1 км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{при } x \geq -3, \\ -\frac{12}{x} & \text{при } x < -3 \end{cases}$, и определите, при каких значениях параметра t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.
- 4 Окружность с центром на стороне SN треугольника SKN проходит через вершину N и касается прямой SK в точке K . Найдите SN , если диаметр окружности равен 3, а $SK = 0.8$.
- 5 В выпуклом четырёхугольнике $BMSX$ углы XBS и XMS равны. Докажите, что углы SXM и SBM также равны.
- 6 Биссектрисы углов H и C параллелограмма $HCOX$ пересекаются в точке E . Найдите площадь параллелограмма, если $CO = 6$, а расстояние от точки E до стороны HC равно 4.

Вариант 4

- 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 + y = 12, \\ 9x^2 - y = 2 \end{cases}$
- 2 Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 34% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 35% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
- 3 Постройте график функции $y = \frac{(0.5x^2 - 1.5x) \cdot |x|}{x - 3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 4 Найдите боковую сторону ZR трапеции $ZRFP$, если углы ZRF и RFP равны соответственно 30° и 120° , а $FP = 14$.
- 5 В треугольнике XMA с тупым углом XAM проведены высоты XX_1 и MM_1 . Докажите, что треугольники X_1M_1A и XMA подобны.
- 6 В треугольнике OKN биссектриса KH и медиана OD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 92. Найдите стороны треугольника OKN .

Вариант 5

- 1 Решите неравенство $(8 - x)(x^2 - 13x + 40) \geq 0$.
- 2 Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 2 часа вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 8x + 14 & \text{при } x \geq -6, \\ -\frac{12}{x} & \text{при } x < -6 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.
- 4 Точка D является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла C треугольника HCA к гипотенузе HA . Найдите HC , если $HD = 9$, $HA = 144$.
- 5 Точка C – середина боковой стороны KS трапеции $KSMP$. Докажите, что площадь треугольника CMP равна половине площади трапеции.
- 6 Основание RO равнобедренного треугольника RDO равно 40. Окружность радиусом 32 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания RO . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник RDO .

Вариант 6

- 1 Решите уравнение $x(9x^2 - 36x + 36) = 9(3x - 6)$
- 2 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 10 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 60 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 35 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{8|x| - 13}{13|x| - 8x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 4 Окружность с центром на стороне PK треугольника PSK проходит через вершину K и касается прямой PS в точке S . Найдите PK , если диаметр окружности равен 120, а $PS = 32$.
- 5 В трапеции $SPEZ$ с основаниями SZ и PE диагонали пересекаются в точке A . Докажите, что площади треугольников SAP и EAZ равны.
- 6 В треугольнике EKZ известны длины сторон $EK = 24$, $EZ = 48$, точка N – центр окружности, описанной около треугольника EKZ . Прямая KS , перпендикулярная прямой EN , пересекает сторону EZ в точке S . Найдите ZS .

Вариант 7

- 1 Решите неравенство $\frac{x^2}{x+8} \leq x$.
- 2 Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 34 минуты, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 113 км, скорость первого велосипедиста равна 18 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.
- 3 Постройте график функции $y = |x| (x - 1) - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
- 4 Точка N является основанием высоты XN , проведённой из вершины прямого угла X прямоугольного треугольника $OХК$. Окружность с диаметром XN пересекает стороны OX и KX в точках S и D соответственно. Найдите SD , если $XN = 64$.
- 5 Окружности с центрами в точках B и O не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $t:h$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $t:h$.
- 6 В трапеции $KSHE$ основания KE и SH равны соответственно 59 и 33, а сумма углов при основании KE равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки K и S и касающейся прямой HE , если $KS = 13$.

Вариант 8

- 1 Сократите дробь $\frac{72^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{3n+2}}$.
- 2 Моторная лодка прошла против течения реки 160 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = x^2 - |4x - 1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 4 Углы S и Z треугольника DSZ равны соответственно 15° и 135° . Найдите SZ , если радиус окружности, описанной около треугольника DSZ , равен 85.
- 5 Основания ON и ST трапеции $SONT$ равны соответственно 2 и 8, $OT = 4$. Докажите, что треугольники NOT и OTS подобны.
- 6 Середина S стороны AK выпуклого четырёхугольника $ABDK$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AK , если $BD = 51$, а углы B и D четырёхугольника равны соответственно 135° и 105° .

Вариант 9

1 Решите неравенство $(6 - x)(x^2 - 36) \geq 0$.

2 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 27 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 18 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

3 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 4 & \text{при } x \geq -2, \\ -\frac{12}{x} & \text{при } x < -2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

4 Отрезки SB и DC являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды DC , если $SB = 120$, $DC = 64$, а расстояние от центра окружности до хорды SB равно 32.

5 Известно, что около четырёхугольника $PARO$ можно описать окружность, и что продолжения сторон PO и AR четырёхугольника пересекаются в точке C . Докажите, что треугольники CPA и CRO подобны.

6 В параллелограмме $ECSZ$ проведена диагональ ES . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ECS . Расстояния от точки O до точки E и прямых EZ и ES соответственно равны 20, 16 и 12. Найдите площадь параллелограмма $ECSZ$.

Вариант 10

- 1 Решите неравенство $(x - 16)^2 < \sqrt{15}(x - 16)$.
- 2 Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 9 минут быстрее, чем первая труба?
- 3 Постройте график функции $y = x|x| + |x| - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
- 4 Биссектрисы углов Z и N при боковой стороне ZN трапеции $ZNRK$ пересекаются в точке F . Найдите ZN , если $ZF = 21$, $NF = 72$.
- 5 В остроугольном треугольнике NDP проведены высоты NN_1 и DD_1 . Докажите, что углы NN_1D_1 и NDD_1 равны.
- 6 Окружности радиусов 44 и 77 касаются внешним образом. Точки A и E лежат на первой окружности, точки B и R – на второй. При этом AB и ER – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AE и BR .

Вариант 11

- 1 Решите уравнение $-\frac{24}{x^2} + \frac{5}{x} + 1 = 0$.
- 2 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 20 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 7 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = x^2 - 11x - 8 |x - 6| + 40$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 4 Биссектриса угла C параллелограмма $CSED$ пересекает сторону SE в точке N . Найдите периметр параллелограмма, если $SN = 9$, $EN = 6$.
- 5 Через точку Z пересечения диагоналей параллелограмма $RESP$ проведена прямая, пересекающая стороны RE и SP в точках N и K соответственно. Докажите, что отрезки RN и SK равны.
- 6 В трапеции $TDEX$ боковая сторона TD перпендикулярна основанию DE . Окружность проходит через точки E и X и касается прямой TD в точке C . Найдите расстояние от точки C до прямой EX , если $TX = 6$, $DE = 2$.

Вариант 12

- 1 Решите неравенство $\frac{x^2}{x-2} \leq x$.
- 2 Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 63 км/ч, а вторую – со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{2.5} - \frac{2.5}{x} \right| + \frac{x}{2.5} + \frac{2.5}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Окружность с центром на стороне SD треугольника SAD проходит через вершину D и касается прямой SA в точке A . Найдите диаметр окружности, если $SA = 16$, $SD = 32$.
- 5 На средней линии трапеции $FCDP$ с основаниями FP и CD выбрали произвольную точку N . Докажите, что сумма площадей треугольников CND и FNP равна половине площади трапеции.
- 6 Боковые стороны PC и RS трапеции $PCRS$ равны соответственно 80 и 82, а основание CR равно 32. Биссектриса угла PSR проходит через середину стороны PC . Найдите площадь трапеции.

Вариант 13

- 1 Решите уравнение $-\frac{42}{(7x+3)^2} - \frac{1}{7x+3} + 1 = 0$.
- 2 Свежие фрукты содержат 92% воды, а высушенные — 4%. Сколько сухих фруктов получится из 732 кг свежих фруктов?
- 3 Постройте график функции $y = 3|x - 6| - x^2 + 11x - 31$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 4 Высота OD ромба $OXRВ$ делит сторону RB на отрезки $BD = 30$ и $RD = 4$. Найдите высоту ромба.
- 5 Сторона HA параллелограмма $HKXA$ вдвое больше стороны XA . Точка D — середина стороны HA . Докажите, что XD — биссектриса угла KXA .
- 6 На стороне OX остроугольного треугольника BOX как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту BR в точке T , $BR = 36$, $TR = 30$, H — точка пересечения высот треугольника BOX . Найдите BH .

Вариант 14

- 1 Найдите $35k - 59s + 41$, если $\frac{3k+5s-6}{4k-8s+6} = -8$.
- 2 Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные — 5%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 20 кг высушенных фруктов?
- 3 Постройте график функции $y = -7 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ и при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.
- 4 Катеты прямоугольного треугольника равны 14 и 48. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
- 5 Биссектрисы углов B и O трапеции $BETO$ пересекаются в точке S , лежащей на стороне ET . Докажите, что точка S равноудалена от прямых BE , BO и TO .
- 6 В треугольнике PDE биссектриса угла P делит высоту, проведенную из вершины D в отношении 5:3, считая от точки D . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника PDE , если $DE = 36$.

Вариант 15

1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 67, \\ 24x^2 - 40y^2 = 67x \end{cases}$$

2

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 24 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 8 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

3

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 10x + 26 & \text{при } x \geq -6, \\ x + 10 & \text{при } x < -6 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

4

Окружность пересекает стороны OE и OM треугольника OEM в точках S и H соответственно и проходит через вершины E и M . Найдите длину отрезка SH , если $OS = 42$, а сторона OM в 2 раза больше стороны EM .

5

Сторона BA параллелограмма $BPSA$ вдвое больше стороны SA . Точка F – середина стороны BA . Докажите, что SF – биссектриса угла PSA .

6

Четырёхугольник $BSRP$ со сторонами $BS = 33$ и $RP = 78$ вписан в окружность. Диагонали BR и SP пересекаются в точке K , причём $\angle BKS = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Вариант 16

- 1 Решите неравенство $-\frac{18}{x^2+2x-8} \geq 0$.
- 2 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 82 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 4 км/ч, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 3 Постройте график функции $y = |x^2 - 16|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 4 Отрезки HT и BD являются хордами окружности. Найдите длину хорды BD , если $HT = 14$, а расстояния от центра окружности до хорд HT и BD равны соответственно 24 и 7.
- 5 Окружности с центрами в точках O и M пересекаются в точках R и S , причём точки O и M лежат по одну сторону от прямой RS . Докажите, что прямые OM и RS перпендикулярны.
- 6 Биссектрисы углов S и T параллелограмма $STPK$ пересекаются в точке F . Найдите площадь параллелограмма, если $TP = 70$, а расстояние от точки F до стороны ST равно 2.

Вариант 17

1 Решите уравнение $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 10x + 9)^2 = 0$

2 Первые 280 км автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующие 132 км — со скоростью 66 км/ч, а затем 148 км — со скоростью 37 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

3 Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 4 & \text{при } x < 2, \\ -0.5x - 1 & \text{при } 2 \leq x \leq 6, \\ 3x - 22 & \text{при } x > 6 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

4 Прямая, параллельная стороне NC треугольника NDC , пересекает стороны ND и DC в точках H и X соответственно. Найдите DX , если $HX = 2$, $NC = 20$, $XC = 63$.

5 В остроугольном треугольнике RZH проведены высоты RR_1 и ZZ_1 . Докажите, что углы RR_1Z_1 и RZZ_1 равны.

6 Середина O стороны FE выпуклого четырёхугольника $FBNE$ равноудалена от всех его вершин. Найдите FE , если $BN = 27$, а углы B и N четырёхугольника равны соответственно 145° и 95° .

Вариант 20

- 1 Решите неравенство $\frac{3x^2+21x+30}{x+5} \leq 0$.
- 2 Два велосипедиста одновременно отправились в 126-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 5 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 5 ч раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{2x-14}{2x^2-14x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 21 и 75. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
- 5 Точка S – середина боковой стороны PX трапеции $PXDZ$. Докажите, что площадь треугольника SDZ равна половине площади трапеции.
- 6 В трапеции $EZHB$ основания EB и ZH равны соответственно 20 и 16, а сумма углов при основании EB равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки E и Z и касающейся прямой HB , если $EZ = 2$.

Вариант 21

1 Решите неравенство $\frac{3x^2+30x+75}{x+6} \leq 0$.

2 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 84 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 5 км/ч. По пути он сделал остановку на 5 ч, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А.

3 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 10x + 25 & \text{при } x \geq -6, \\ -\frac{6}{x} & \text{при } x < -6 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

4 Окружность пересекает стороны BX и BF треугольника BXF в точках N и A соответственно и проходит через вершины X и F . Найдите длину отрезка NA , если $BA = 92$, а сторона XF в 2 раза меньше стороны BX .

5 Известно, что около четырёхугольника $MEBS$ можно описать окружность, и что продолжения сторон MS и EB четырёхугольника пересекаются в точке F . Докажите, что треугольники FME и FBS подобны.

6 Основание DR равнобедренного треугольника DOR равно 40. Окружность радиусом 40 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания DR . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник DOR .

Вариант 22

- 1 Решите уравнение: $5x^2 + 32x + \sqrt{-4-x} = \sqrt{-4-x} - 12$
- 2 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 30 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 8 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = |x| (x - 1) - 4x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.
- 4 Окружность пересекает стороны MR и MP треугольника MRP в точках O и S соответственно и проходит через вершины R и P . Найдите длину отрезка OS , если $MS = 96$, а сторона RP в 1.2 раза меньше стороны MR .
- 5 Основания SD и KH трапеции $KSDH$ равны соответственно 3 и 27, $SH = 9$. Докажите, что треугольники DSH и SHK подобны.
- 6 Углы при одном из оснований трапеции равны 30° и 60° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 27 и 2. Найдите основания трапеции.

Вариант 23

- 1 Решите неравенство $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x+20}$
- 2 Имеются два сосуда, содержащие 85 кг и 15 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 26% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
- 3 Постройте график функции $y = |x^2 - 4|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 4 Найдите боковую сторону EA трапеции $EAXB$, если углы EAX и AXB равны соответственно 30° и 135° , а $XB = 7$.
- 5 В треугольнике MAB с тупым углом MBA проведены высоты MM_1 и AA_1 .
Докажите, что треугольники M_1A_1B и MAB подобны.
- 6 В треугольнике ZSD биссектриса угла Z делит высоту, проведенную из вершины S в отношении 17:15, считая от точки S . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ZSD , если $SD = 32$.

Вариант 24

- 1 Решите неравенство $x \leq \frac{49}{x}$.
- 2 Расстояние между пристанями А и В равно 176 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 5 часов вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 72 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{7}{x} - \frac{x}{7} \right| - \frac{x}{7} - \frac{7}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Углы M и O треугольника SMO равны соответственно 54° и 96° . Найдите MO , если радиус окружности, описанной около треугольника SMO , равен 51.
- 5 Биссектрисы углов A и N параллелограмма $ANFD$ пересекаются в точке T , лежащей на стороне FD . Докажите, что T – середина FD .
- 6 В треугольнике CXA биссектриса XB и медиана CD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 56. Найдите стороны треугольника CXA .

Вариант 25

- 1 Решите неравенство $(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 2x - 35) \geq 0$.
- 2 Баржа прошла по течению реки 66 км и, повернув обратно, прошла ещё 92 км, затратив на весь путь 6 ч. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{4x-20}{4x^2-20x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Биссектрисы углов X и C при боковой стороне XC трапеции $XCAP$ пересекаются в точке M . Найдите XC , если $XM = 65$, $CM = 72$.
- 5 В выпуклом четырёхугольнике $HEMA$ углы AHM и AEM равны. Докажите, что углы MAE и MHE также равны.
- 6 В трапеции $DZPF$ боковая сторона DZ перпендикулярна основанию ZP . Окружность проходит через точки P и F и касается прямой DZ в точке B . Найдите расстояние от точки B до прямой PF , если $DF = 56$, $ZP = 25$.

Вариант 26

- 1 Решите неравенство $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x-6}$
- 2 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 5 км/ч навстречу поезду, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{(0.5x^2 - 2x) \cdot |x|}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 4 Прямая, параллельная стороне KM треугольника KDM , пересекает стороны KD и DM в точках C и R соответственно. Найдите DR , если $CR = 5$, $KM = 55$, $RM = 20$.
- 5 В трапеции $THKC$ с основаниями TC и HK диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников TOH и KOC равны.
- 6 Окружности радиусов 72 и 90 касаются внешним образом. Точки M и N лежат на первой окружности, точки T и Z – на второй. При этом MT и NZ – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми MN и TZ .

Вариант 27

- 1 Решите неравенство $\frac{-18}{(x-9)^2-1} \geq 0$.
- 2 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно в А, увеличив скорость на 1 км/ч. По пути он сделал остановку на 1 ч, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.
- 3 Постройте график функции $y = \frac{(x^2+4)(x-4)}{4-x}$ и определите, при каких значениях параметра k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Отрезки XZ и MN являются хордами окружности. Найдите длину хорды MN , если $XZ = 150$, а расстояния от центра окружности до хорд XZ и MN равны соответственно 40 и 75.
- 5 Биссектрисы углов O и H трапеции $OBTH$ пересекаются в точке C , лежащей на стороне BT . Докажите, что точка C равноудалена от прямых OB , OH и TH .
- 6 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 300, а площадь равна 5400, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Вариант 28

- 1 Решите неравенство $(x^2 + 4x - 5)(x^2 - 4x - 45) \leq 0$.
- 2 Первые 82 км автомобиль ехал со скоростью 41 км/ч, следующие 156 км — со скоростью 52 км/ч, а затем 98 км — со скоростью 98 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
- 3 Постройте график функции $y = |x^2 + x - 6|$.
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 4 Точка K является основанием высоты PK , проведённой из вершины прямого угла P прямоугольного треугольника RPT . Окружность с диаметром PK пересекает стороны RP и TP в точках S и X соответственно. Найдите PK , если $SX = 63$.
- 5 Окружности с центрами в точках E и Z не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a:p$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a:p$.
- 6 Боковые стороны XT и OM трапеции $XTOM$ равны соответственно 60 и 68, а основание TO равно 18. Биссектриса угла XMO проходит через середину стороны XT . Найдите площадь трапеции.

Вариант 29

- 1 Решите уравнение $x^4 = (4x + 5)^2$
- 2 Первый рабочий за час делает на 22 детали больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 660 деталей, на 15 часов быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
- 3 Постройте график функции $y = \frac{-x^4 + 13x^2 - 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 4 Прямая, параллельная основаниям трапеции $TRNP$, пересекает её боковые стороны TR и NP в точках O и K соответственно. Найдите длину отрезка OK , если $TP = 85$, $RN = 39$, $NK:PK = 8:15$.
- 5 Через точку P пересечения диагоналей параллелограмма $DSMC$ проведена прямая, пересекающая стороны DS и MC в точках B и Z соответственно. Докажите, что отрезки DB и MZ равны.
- 6 Точки Z и E лежат на стороне MO треугольника MXO на расстояниях соответственно 9 и 27 от вершины M . Найдите радиус окружности, проходящей через точки Z и E и касающейся луча MX , если $\cos \angle XMO = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 30

- 1 Решите неравенство $(x^2 - x - 6)(x^2 + 3x - 28) \leq 0$.
- 2 Свежие фрукты содержат 90% воды, а высушенные — 5%. Сколько сухих фруктов получится из 342 кг свежих фруктов?
- 3 Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 1|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 4 Окружность с центром на стороне HT треугольника HST проходит через вершину T и касается прямой HS в точке S . Найдите HT , если диаметр окружности равен 96, а $HS = 64$.
- 5 Внутри параллелограмма $DPTF$ выбрали произвольную точку Z . Докажите, что сумма площадей треугольников PZT и DZF равна половине площади параллелограмма.
- 6 На стороне XB остроугольного треугольника MXB как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту MH в точке E , $MH = 90$, $EH = 60$, A — точка пересечения высот треугольника MXB . Найдите MA .

ОТВЕТЫ

Вариант для ознакомления 1) 3; -3; -1 2) 11 3) -2.25; -2; 4 4) 48 5) --- 6) 12.8	Вариант 1 1) 11; 1; 8 2) 495 3) 4 4) 55 5) --- 6) 7	Вариант 2 1) $(1; 7); (-\frac{1}{6}; 0)$ 2) 13 3) $k = \pm 5; k = -7.25$ 4) $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ 5) --- 6) 16 и 38	
Вариант 3 1) $-\frac{13}{8}; -\frac{17}{8}$ 2) 31 3) $m = 0; m \in [4; +\infty)$ 4) 3.2 5) --- 6) 48	Вариант 4 1) $(1; 7); (-1; 7)$ 2) 9 3) $m = 4.5$ 4) $14\sqrt{3}$ 5) --- 6) $23\sqrt{13}; 46\sqrt{13}; 69\sqrt{5}$	Вариант 5 1) $(-\infty; 5] \cup \{8\}$ 2) 15 3) $m \in [-2; 0] \cup [2; +\infty)$ 4) 36 5) --- 6) 12.5	
Вариант 6 1) 2; -1; 3 2) 40 3) $k = \pm \frac{64}{169}; k = 0$ 4) 128 5) --- 6) 36	Вариант 7 1) $(-\infty; -8) \cup [0; +\infty)$ 2) 77 3) $m = -2.25; m = 0.25$ 4) 64 5) --- 6) 23	Вариант 8 1) 6.75 2) 18 3) $m = \frac{1}{16}; m = -3$ 4) 85 5) --- 6) 102	Вариант 9 1) $(-\infty; -6] \cup \{6\}$ 2) 36 3) $m \in (0; 3) \cup [6; +\infty)$ 4) 60 5) --- 6) 2688
Вариант 10 1) $(16; 16 + \sqrt{15})$ 2) 20 3) $m = -0.25; m = 2.25$ 4) 75 5) --- 6) 112	Вариант 11 1) -8; 3 2) 9 3) $m = 10; m = -2.25$ 4) 48 5) --- 6) $2\sqrt{3}$	Вариант 12 1) $[0; 2)$ 2) 72 3) $m = -1; m = 1$ 4) 24 5) --- 6) 3280	Вариант 13 1) $\frac{4}{7}; -\frac{9}{7}$ 2) 61 3) $m = -1; m = 0$ 4) 16 5) --- 6) 11
Вариант 14 1) -1 2) 76 3) $m = -7; m = -6.5$ 4) 13.44 5) --- 6) 22.5	Вариант 15 1) $(8; 5); (8; -5)$ 2) 4 3) $m \in (2; 4) \cup \{1\}$ 4) 21 5) --- 6) 57	Вариант 16 1) $(-4; 2)$ 2) 650 3) 4 4) 48 5) --- 6) 280	Вариант 17 1) 1 2) 56 3) $m = -2; m = -4$ 4) 7 5) --- 6) 54

Вариант 20 1) $(-\infty; -5) \cup (-5; -2]$ 2) 9 3) $k = \frac{1}{49}$ 4) 20.16 5) --- 6) 9	Вариант 21 1) $(-\infty; -6) \cup \{-5\}$ 2) 12 3) $m = 0; m \in [1; +\infty)$ 4) 46 5) --- 6) 10	Вариант 22 1) -6 2) 2 3) $m = -6.25; m = 2.25$ 4) 80 5) --- 6) 25 и 29	Вариант 23 1) $(-\infty; -20) \cup (0; +\infty)$ 2) 17 3) 4 4) $7\sqrt{2}$ 5) --- 6) 34
Вариант 24 1) $(-\infty; -7] \cup (0; 7]$ 2) 19 3) $m = -1; m = 1$ 4) 51 5) --- 6) $14\sqrt{13}; 28\sqrt{13}; 42\sqrt{5}$	Вариант 25 1) $(-\infty; -7] \cup [5; +\infty) \cup \{2\}$ 2) 28 3) $k = 0.04$ 4) 97 5) --- 6) $10\sqrt{14}$	Вариант 26 1) (0; 6) 2) 980 3) $m = 8$ 4) 2 5) --- 6) 160	
Вариант 27 1) (8; 10) 2) 8 3) $k = \pm 4; k = -5$ 4) 80 5) --- 6) 25.92	Вариант 28 1) $[1; 9] \cup \{-5\}$ 2) 56 3) 4 4) 63 5) --- 6) 2040	Вариант 29 1) -1; 5 2) 22 3) 6.25; -6; 4 4) 55 5) --- 6) 9	Вариант 30 1) $[-7; -2] \cup [3; 4]$ 2) 36 3) $m = \frac{1}{16}; m = -3$ 4) 128 5) --- 6) 50